Städt. St. Michael-Gymnasium

Jugend forscht 2014

Quantenverschränkung low-cost

Autoren:
Josef Nagelschmidt
Frank Hartmann
Stefan Heimersheim

Betreuer:
Walter Stein

Quantenverschränkung low-cost

Josef Nagelschmidt
Stefan Heimersheim
Frank Hartmann

Jugend forscht 2014

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

1.1 Kurzfassung

Quantenverschränkung gilt als eines der sonderbarsten Phänomene der Physik und löste seit seiner Entdeckung viele Diskussionen und Widerstände gegen die heute weitestgehend anerkannte Kopenhagener Deutung aus. In der Schule kann das Phänomen der Quantenverschränkung bisher leider nicht experimentell vorgeführt werden, da die gängigen Versuche mit sehr hohen Kosten verbunden sind. Viele Schüler können sich diese "spukhafte Fernwirkung" jedoch nur schwer vorstellen. So wie sie konnte auch Einstein kaum an derartiges glauben und formulierte 1935 seine Bedenken in Form des EPR-Gedankenexperimentes. Wir wollen Quantenverschränkung kostengünstig für Schulen zugänglich machen. Um dieses Phänomen vorführen und untersuchen zu können, gibt es nur wenige Experimente. Neben der sicheren aber kostspieligen Erzeugung von verschränkten Photonen in einem nicht-linearen Kristall, sind wir auf einen Ansatz gestoßen, bei dem verschränkte Photonen (Gammaquanten) durch die Zerstrahlung von Positronen und Elektronen erzeugt werden. Um mit diesem Verfahren die Verschränkung der Teilchen beweisen zu können, muss jedoch eine gleichzeitige Polarisationsmessung der Gammaquanten erfolgen. Auf Grund der hohen Energien der Quanten ist dies nicht mit normalen Polarisationsfiltern möglich, sondern wir erreichten dies mit Hilfe des Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitts über den Compton-Effekt und einer eigenen Schaltung. Im Laufe der Forschung haben wir unser Experiment immer weiter optimiert und sind zu Ergebnissen gekommen, die sowohl eine quantenphysikalische Verschränkung belegen als auch klar von der Verborgene-Variablen-Theorie Einsteins abweichen.

1.2 Motivation und Zielsetzung

Unsere Motivation stammt direkt aus dem Physikunterricht: Während wir im Unterricht das Thema der Quantenphysik behandelten und dazu Versuche wie das Doppelspaltexperiment machten, um den Welle-Teilchen-Dualismus zu veranschaulichen, kam auch das Phänomen der Quantenverschränkung zur Sprache. Uns erschien es zuerst unfassbar, dass Quantenobjekte scheinbar zusammenhängen und sich auch über große Distanzen in einem verschränktem Zustand befinden. Um den Schülern ein Gefühl und eine Vorstellung zu geben, wie dies möglich sei, wird im Physikunterricht auf Filmmaterial und Dokumentationen zurückgegriffen, weil bis heute keine Möglichkeit besteht die kostspielige und komplizierte Versuchsdurchführung in Schulen vorzuführen. Dies war für uns unbegreiflich, da dieses Phänomen schon seit über 50 Jahren bekannt ist. Der Gedanke ließ uns nicht mehr los, eine Möglichkeit für Schulen zu entwickeln, dieses abstrakte physikalische Phänomen den Schülern auch im Unterricht vorzuführen, anstatt auf digitale Medien ausweichen zu müssen. Daher wollten wir ein Verfahren entwickeln mit dem es auch mit relativ geringem finanziellen Aufwand möglich ist, in die Welt der Quantenverschränkung einzutauchen.

2 Geschichtlicher Hintergrund

2.1 Das EPR-Paradoxon

Einige Konsequenzen der damals noch jungen Quantenmechanik, waren für Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen nicht nachvollziehbar. Insbesondere die Quantenverschränkung konnten sie sich nicht vorstellen, also die Tatsache, dass zwei beliebig weit voneinander entfernte Teilchen, die verschränkt sind, so korreliert sein sollen, dass sich das zweite Teilchen bei der Messung so verhält, als "wüsste" es im selben Moment um das Verhalten des Partner-Teilchens Bescheid. Um ihren Unbehagen Ausdruck zu verleihen, ersannen sie 1935 ein Gedankenexperiment, als dessen Ergebnis die Unvollständigkeit der Quantenmechanik stand, da sie zur Beschreibung der Realität nicht ausreiche [1]. Dabei trafen sie folgende Annahmen:
Teilchen besitzen im Sinne einer objektiven Realität Merkmale auch dann, wenn sie nicht gemessen werden. Diese Eigenschaften liegen jedoch in Form verborgener Parameter vor. Außerdem können sich diese Merkmale nicht über beliebig weite Entfernungen gleichzeitig beeinflussen, wenn die Spezielle Relativitätstheorie Gültigkeit besitzen soll. Die Verknüpfung dieser beiden Annahmen wird *lokaler Realismus* genant. Die zweite Annahme ist die Korrektheit der Quantenmechanik, die dritte Annahme ist, dass die Quantenmechanik vollständig sei. Das von Einstein *et al.* thematisierte Paradoxon resultiert darin, dass eine der Annahmen falsch sein muss. Ihre Schlussfolgerung war, dass wahrscheinlich die dritte Annahme falsch sei, also dass die Quantenmechanik unvollständig sei. Durch die Verletzung der von John S. Bell im Jahre 1964 entwickelte Ungleichung, die allgemein beschreibt, welche Vorhersagen eine lokal-realistische Theorie trifft, konnte jedoch gezeigt werden, dass die Quantenmechanik keine Theorie ist, die auf einem lokalen Realismus basiert [2]. Somit können die von Einstein getroffenen Annahmen zusammen nicht gleichzeitig Gültigkeit besitzen. Seit 1972 wurden entsprechende Experimente zum Test der Bellschen Ungleichung immer weiter verbessert und in nahezu allen Fällen offenbarte sich eine experimentelle Verletzung der Bellschen Ungleichung, womit die von Einstein *et al.* als befremdlich erachteten Besonderheiten der Quantenmechanik letztendlich bestätigt werden konnten. Daher kann man davon ausgehen, dass die Quantenmechanik nicht-lokale Eigenschaften besitzt.

2.2 Frühere Experimente

Die Geschichte der Versuche Quantenverschränkung nachzuweisen ist lang. Seit der Einführung der Bellschen Ungleichung haben viele Versuche, die meistens auf der Erzeugung von verschränkten Photonen in nicht linearen Kristallen (siehe Kapitel 3.1) basieren, eine deutliche Abweichung von der Theorie, dass es verborgene Variablen gebe, gezeigt. Die deutliche Verletzung der Bellschen Ungleichung führt zu der Schlussfolgerung, dass die Quantenmechanik nicht-lokale Eigenschaften besitzt, aber dennoch eine vollständige Theorie ist.

Doch auch vor der Einführung der Bellschen Ungleichung gab es Experimente, mit denen Korrelationen von polarisationsabhängigen Streuprozessen von γ-Quantenpaaren aus der Annihilation von Positronen mit Elektronen analysiert wurden. Das allererste Experiment welches eine Verbindung zwischen der Polarisation zweier verschränkter Quanten herstellte, war das Experiment von Wu und Shaknov [5]. Die Positronenquelle Cu64 erzeugte dabei verschränkte Quanten, deren Polarisation dann über Streuprozesse gemessen wurde. Zusätzlich wurden Szintillationszähler zur Detektion, Energieauflösung und genaueren Interpretation der Ergebnisse benutzt. Die verschränkten γ-Quanten sollten zu einer höheren Wahrscheinlichkeit 90° zueinander gestreut werden, als das sie in der gleichen Ebene, also 0° detektiert werden. Theoretisch hergeleitet wurde diese Feststellung von Pryce und Ward und von Snyder *et al.*[11] [14]. Wichtig dabei war die Koinzidenzmessung, da die γ-Quanten nur dann als verschränkt betrachtet werden können. In

einer orthogonalen Anordnung konnten tatsächlich höhere Zählraten als in paralleler Anordnung beobachtet werden.Trotz dieses Hinweises, dass Verschränkung wirklich in der Natur vorkommt und mit der Entfernung von zumindest einigen cm keine Dekohärenz auftritt, wurden solche Experimente eingestellt und gerieten in Vergessenheit. Dies rührt daher, dass die später eingeführte Bellsche Ungleichung einen deutlicheren Beweis der Verschränkung und der Verletzung von Realität oder Lokalität eröffnet, diese aber nicht gut anwendbar auf das Experiment ist, sondern genauere Messungen über Laserapparaturen fordert.
Dennoch ließ uns die Idee nicht mehr los, eine modifizierte Variante dieses Experiments zu nutzen, um Schulen endlich die Möglichkeit zu eröffnen mit geringem finanziellen Aufwand Quantenverschränkung in den Unterricht zu integrieren.

3 Theoretische Vorbetrachtung

3.1 Entstehung verschränkter Quanten durch Zerstrahlung

Um die Verschränkung untersuchen zu können, benötigen wir eine Quelle für verschränkte Teilchen. Nach einiger Recherche fanden wir eine Möglichkeit, die in den meisten Experimenten zur Quantenverschränkung genutzt wird. Hierbei richtet man einen Laser auf einen nichtlinearen Kristall, meist einen Beta-Bariumborat(BBO)-Kristall. Dadurch entstehen aus einem Photon kurzer Wellenlänge 2 verschränkte Photonen mit doppelter Wellenlänge. Doch die Detektoren (SPCMs) für einzelne Photonen und die BBO-Kristalle sind sehr teuer, wobei letztere zusätzlich regelmäßig erneuert werden müssen. Also ist dieses Verfahren für unser Ziel, ein günstiges, in der Schule durchführbares, Experiment zur Quantenverschränkung zu entwickeln, unbrauchbar. Wir fragten uns, ob es nicht eine preiswertere Alternative gebe. Wir fanden heraus, dass bei der Zerstrahlung von Elektronen und Positronen auch verschränkte Quanten entstehen. Da jede Schule einen β^+-Strahler (zum Beispiel Na22) und Geiger-Zähler als Detektoren besitzt, sind die Kosten sehr gering. Bei dem Zerfall von ${}^{22}_{11}\mathrm{Na}$ wandelt sich ein Proton unter der Aussendung eines Positrons und eines Neutrinos in ein Neutron um:

$$ {}^{1}_{1}\mathrm{p} \rightarrow {}^{1}_{0}\mathrm{n} + e^+ + \nu_e $$

Betrachten wir nun das Positron. Dieses kann in verschiedenen Weisen mit einem nahen Elektron annihilieren, wobei verschränkte Photonen entstehen. Wie man anhand des Zerfallspektrums von Natrium 22 sehen kann, sind Photonen mit einer Energie von 511 keV die mit Abstand am häufigsten emittierten Teilchen.
Diese entstehen bei der Bildung von Parapositronium (Atom aus Positron und Elektron) oder der direkten Annihilation von Positron und Elektron. Wenn die kinetische Energie und der Impuls von Elektron und Positron nahe 0 sind, dann entstehen bei der Annihilation 2 Photonen, welche sich in entgegengesetzte Richtungen bewegen. Auf diese ist die Energie aufgeteilt, sodass jedes Photon eine Energie von 511 keV besitzt.
Wenn die kinetische Energie und der Impuls von Elektron und Positron jedoch relativ groß sind, wie z.B. bei der direkten Annihilation von Positron und Elektron, kommt es zu einer Abweichung des Winkels zwischen den Richtungen der beiden Photonen.
Bei Orthopositronium zerstrahlen Positron und Elektron zu einer ungeraden Anzahl an Photonen (mindestens 3). Dies ist sehr selten und für unsere Messungen uninteressant, da die Energien und die Polarisationen der Teilchen beliebig verteilt sein können (Vielteilchensystem).
Für den Nachweis der Verschränkung ist das Verhältnis der Polarisation der beiden Photonen entscheidend, da dies die verschränkte Eigenschaft ist, die betrachtet wird. Bei der Zerstrahlung in nur 2 Photonen, steht deren Polarisation immer senkrecht zueinander [11] [12].

Somit sind wir uns der Problematik bewusst und haben Verfahren entwickelt um die Störeinflüsse anderer Zerstrahlungsprodukte zu minimieren. Unser Fokus liegt auf den verschränkten Photonen, die im Paar entstehen, 180 Grad voneinander abstrahlen (kein Impuls vorher) und eine zueinander orthogonale Polarisation besitzen.

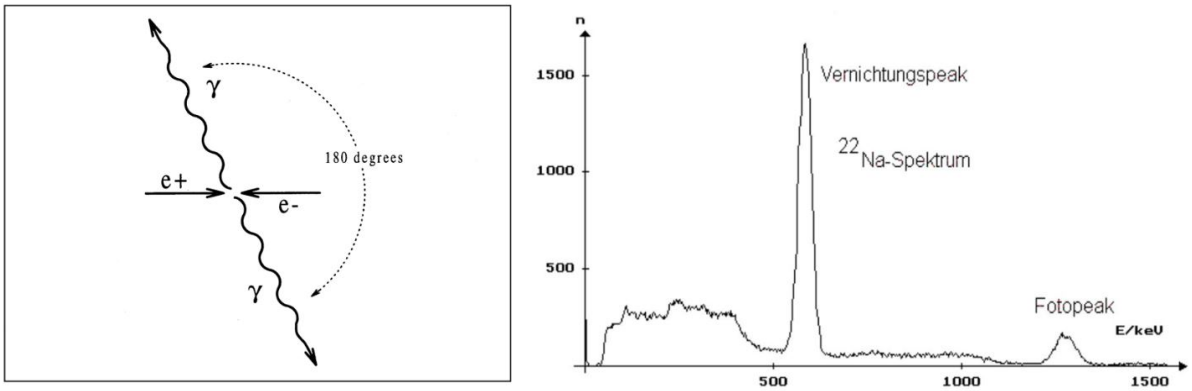


Abb. 1: Positron-Elektron-Annihilation und Natrium-Zerfallsspektrum

Wir haben nun also eine Möglichkeit gefunden, unsere verschränkten Quanten zu erzeugen. Doch nun lag vor uns das nächste Problem: Wie können wir die Polarisation dieser γ-Quanten messen? Es gibt keine gewöhnlichen Polarisationsfilter für diese kurze Wellenlänge, doch um die Verschränkung nachweisen zu können, müssen wir einen Weg zur Polarisationsmessung finden.

3.2 Comptonpolarimetrie

Nach langer Recherche stießen wir auf eine Möglichkeit, den Compton-Effekt zu nutzen, denn dieser Effekt wird unter bestimmten Bedingungen auch von der Polarisation der Teilchen beeinflusst. Dadurch kann man über den Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt, welcher die Compton-Streuung genauer beschreibt, als man in der Schule lernt, auf die Polarisation schließen [4] [6]. Doch auch dies ist schwierig, denn diese Methode bietet keine sichere Polarisationsbestimmung sondern nur eine Wahrscheinlichkeit. Ein weiteres Problem ergibt sich aus der Tatsache, dass unsere Quanten eine zufällige Polarisation besitzen, da wir ein radioaktives Präparat anstelle eines Lasers benutzen. Um dieses Problem zu lösen, müssen wir eine Koinzidenzmessung mit 2 Geigerzählern durchführen, sodass wir nur eine bestimmte Polarisation betrachten. Die Klein-Nishina-Gleichung für den Compton-Effekt lautet:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{1}{2}\, r_0^2\, \frac{\frac{k}{k_0} + \frac{k_0}{k} - 2\, sin^2\,(\delta)\; cos^2\,(\phi)}{2 - cos^2(\delta)}$$

Hierbei steht k_0 für die Energie der Quanten vor der Streuung (511 keV) und k für diese Energie nach dem Compton-Effekt. r_0 ist der klassische Elektronenradius. ϕ beschreibt den Polarisationswinkel und δ den Streuwinkel (s. Abb. 2). k kann über die bekannte Formel zum Compton-Effekt mit diesem Streuwinkel errechnet werden:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e\, c}\; (1 - cos(\delta)) \rightarrow k_0 - k = h\, c\, \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_0 + \Delta\lambda}\right)$$

Nun setzten wir diese Formel in die Klein-Nishina-Gleichung ein (s. o.) und erhalten nach Umformung folgende Gleichung:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{1}{2}\, r_0^2\, \frac{\frac{1}{2-cos(\delta)} + 2 - cos(\delta) - 2sin^2(\delta)cos^2(\phi)}{2 - cos^2(\delta)}$$

Wir setzten hier $\phi = 0$ und $\phi = \frac{\pi}{2}$ ein, bilden einen Quotienten aus den Termen und differenzieren den ganzen Term nach δ, so können wir die Nullstelle der Ableitung und damit das optimale Verhältnis herausfinden, bei dem der Polarisationswinkelunterschied ($\Delta\phi$) maximal ist:

$$0 = \frac{\left(\frac{-sin(\delta)}{(cos(\delta)-2)^2}+sin(\delta)-4sin(\delta)cos(\delta)\right)\left(\frac{1}{2-cos(\delta)}+2-cos(\delta)\right)-\left(\frac{-sin(\delta)}{(cos(\delta)-2)^2}+sin(\delta)\right)\left(\frac{1}{2-cos(\delta)}+2-cos(\delta)-2sin^2(\delta)\right)}{\left(\frac{1}{2-cos(\delta)}+2-cos(\delta)\right)^2}$$

Somit ergibt sich als optimaler Winkel $\delta \approx 82°$. Wir entschieden uns dennoch für einen Winkel von 90°, da wir ein ähnlich gutes Verhältnis haben und unsere Messung einfacher durchführen können. Nachdem wir eine Möglichkeit zur Polarisationsmessung gefunden hatten, sollte es möglich sein, die Verschränkung auch experimentell zu beweisen.

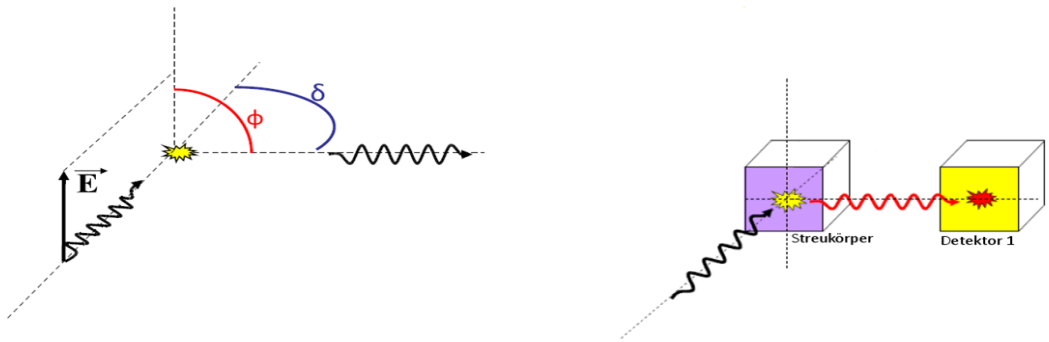


Abb. 2: Die Winkel der Klein-Nishina-Formel [15]

3.3 Anpassungen an die verschiedenen Modelle

Das Verhalten der Quanten im Experiment kann aber nicht nur durch die quantenphysikalische Verschränkung erklärt werden. Es ist auch denkbar, dass die Quanten verborgene Eigenschaften besitzen, die das Verhalten von vornherein bestimmen (s. Kapitel 2.1). Die Richtigkeit der beiden Theorien können wir überprüfen, indem wir die, durch die Theorien vorhergesagten, theoretischen Ergebnisse mit unseren Messwerten vergleichen.
Setzten wir in die Klein-Nishina-Formel unseren Streuwinkel $\delta = \frac{\pi}{2}$ ein, erhalten wir für den Wirkungsquerschnitt folgenden Term:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{1}{4}r_0^2\left(\frac{5}{2} - 2cos^2(\phi)\right)$$

Zur besseren Übersicht setzten wir 2 Konstanten, a und b ein:

$$\frac{1}{4}r_0^2\frac{5}{2} = \frac{5}{8}r_0^2 = a \quad \text{und} \quad \frac{1}{4}r_0^2(-2) = -\frac{1}{2}r_0^2 = b$$

Dadurch sieht die Klein-Nishina-Gleichung mit den Konstanten a und b so aus:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = a + b\,cos^2(\phi)$$

3.3.1 Quantenmechanisches Modell

Die Quantenverschränkung führt zu folgender Rechnung: Für den Zustand x_1 (x steht für $\phi = 0$ und 1 für Detektor 1) gilt:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega_{x_1}} = a + b\,cos^2\left(\phi\right) = a + b$$

Für y_1 ($\phi = \frac{\pi}{2}$) gilt dementsprechend:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega_{y_1}} = a$$

Nun betrachten wir den Wirkungsquerschnitt am zweiten Detektor. Dieser ist um den Winkel ψ verschoben, den wir zu ϕ hinzu addieren müssen.

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega_{x_2}} = a + b\,cos^2\left(0 + \psi\right) = a + b\,cos^2\left(\psi\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega_{y_2}} = a + b\,cos^2\left(\frac{\pi}{2} + \psi\right) = a + b\,sin^2\left(\psi\right)$$

Um die Intensität zu erhalten, muss man nun das Produkt aus x_1 und y_2 zu dem Produkt aus x_2 aus y_1 addieren [9]:

$$I(\psi) = (a + b)\left(a + b\,sin^2\left(\psi\right)\right) + \left(a + b\,cos^2\left(\psi\right)\right)(a)$$

$$I(\psi) = 2a^2 + 2ab + b^2 sin^2(\psi)$$

Wir setzten nun die Winkel zwischen den Detektoren $\psi = \frac{\pi}{2}$ und $\psi = 0$, sowie die Konstanten a und b (s. o.) ein, um das Verhältnis der Intensitäten für rechtwinklige und parallele Anordnung zu erhalten:

$$\frac{I_\perp}{I_\parallel} = \frac{2a^2 + 2ab + b^2}{2a^2 + 2ab} = 2,6$$

3.3.2 Verborgene-Variablen-Modell

Diesen Wert können wir auch berechnen, wenn wir von verborgenen Variablen ausgehen. Am ersten Detektor können wir wieder den Wirkungsquerschnitt benutzen:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = a + b\,cos^2\left(\phi\right)$$

Am zweiten Detektor ist ϕ wieder um $\frac{\pi}{2}$ verschoben, da die Polarisationen der Quanten senkrecht zueinander sind. Außerdem ist hier auch der zweite Detektor um ψ verschoben, sodass sich folgende Formel ergibt:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = a + b\,cos^2\left(\phi + \frac{\pi}{2} - \psi\right)$$

Die Intensität, die wir messen ist das Produkt dieser Funktionen, da wir nur Koinzidenz beachten. Dabei müssen beide Zähler einen Quant detektieren, das heißt, es müssen beide Ereignisse eintreten. Für dieses Produkt müssen wir anschließend den mittleren Wirkungsquerschnitt für alle Winkel ϕ berechnen. Um diesen Durchschnitt zu erhalten, nutzen wir das Integral:

$$I(\psi) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(a + b\,cos^2\left(\phi\right)\right)\left(a + b\,cos^2\left(\phi + \frac{\pi}{2} - \psi\right)\right)\mathrm{d}\phi$$

$$I(\psi) = a^2 + \frac{b^2}{8} + ab + \frac{b^2}{4}sin^2\left(\psi\right)$$

Nun errechnen wir wieder das Verhältnis zwischen rechtwinkliger und paralleler Anordnung:

$$\frac{I_\perp}{I_\parallel} = \frac{a^2 + \frac{3}{8}b^2 + ab}{a^2 + \frac{b^2}{8} + ab} \approx 1,57$$

Letztendlich haben wir also für beide Theorien verschiedene Vorhersagen, die wir nun in der Praxis überprüfen müssen.

4 Umsetzung und Messung

4.1 Detektion von γ-Quanten

Nach dieser theoretischen Vorarbeit wollten wir unsere Planung in die Praxis umsetzten, wobei wir auf weitere Probleme stießen. Zunächst mussten wir einen geeigneten Detektor finden. In unserem Fall eignen sich Geigerzähler gut, da diese einzelne γ-Quanten detektieren können und zur Ausrüstung von Schulen gehören.

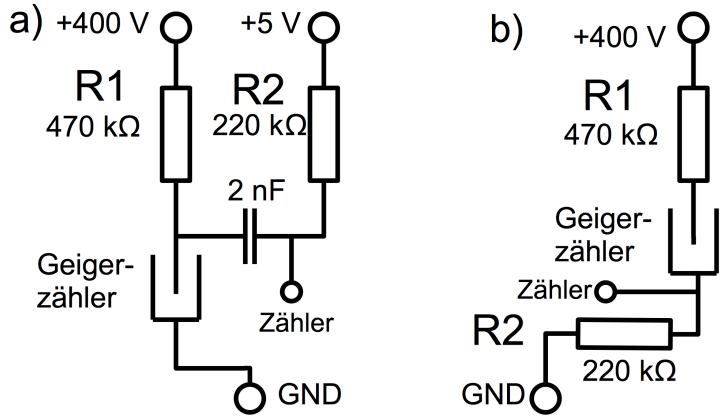


Abb. 3: a) Erste Schaltung b) Verbesserte Schaltung

Für diese Zählrohre haben wir dann einen Messaufbau entwickelt. Bei diesem ist zwischen Anode des Zählrohrs und Spannungsquelle ein hoher Widerstand (R1) von 470 $k\Omega$, der den Strom bei einer Detektion begrenzt und gleichzeitig als Spannungsteiler fungiert, sodass ein Impuls entsteht, der dann elektronisch erfasst wird. Anfänglich führten wir eine differenzielle Messung mit Kondensator an der Anode durch, veränderten den Aufbau jedoch für eine Messung an der Kathode, weil an dieser bei einer Entladung des Zählrohres eine Spannungsspitze entsteht, die sich besser verarbeiten lässt und keine Schwankungen der Hochspannungsquelle gemessen werden. Diese Umgestaltung erspart des Weiteren eine Potentialanpassung des Messpunktes (s. Abb. 3). Durch den Widerstand R2 (220 $k\Omega$) wird verhindert, dass die Spannung zu schnell ausgeglichen wird. Diese künstliche Trägheit zieht den Impuls in die Länge, sodass dieser besser detektiert werden kann.

4.2 Koinzidenzschaltung

Als nächstes mussten wir die Schaltung nun zur Messung von Koinzidenzen erweitern. Dafür ist eine simultane Messung der Signale beider Geigerzähler notwendig und eine statistische Erfassung koinzident auftretender Ionisationen. Die Verschaltung sollte hierfür symmetrische gestaltet sein und eine Beeinflussung der einzelnen Kanäle verhindert werden. Eine darauf ausgelegte Schaltung haben wir zunächst mit schulischen Geräten wie MOSFETs, Operationsverstärkern und weiteren Bauteilen aufgebaut und Koinzidenzen mit einem Zählgerät aufzeichnet.

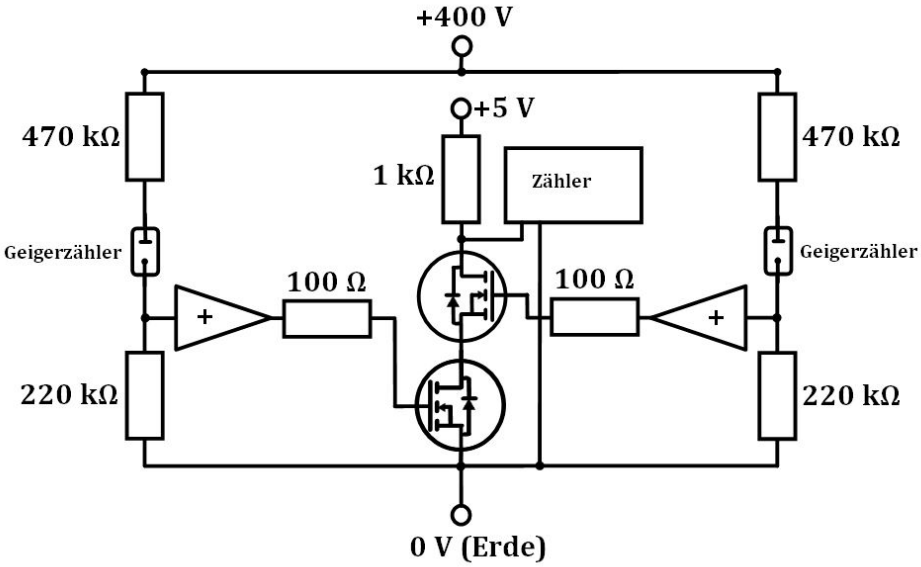


Abb. 4: Die fertige Koinzidenzschaltung

Diese Schaltung besteht aus einer zweifachen Ausführung der Schaltung zum Abgreifen des Impulses (s. Abb. 4). Die daraus resultierenden Signale werden über die Operationsverstärker zu MOSFETs geleitet, welche bei einem Ionisationsereignis am jeweiligen Zählrohr durchschalten (Die 100 Ω Widerstände (R2) dienen als Schutz für die MOSFETs.). Wenn beide MOSFETs durchschalten, also eine Koinzidenz auftritt, bricht die Spannung am Messpunkt ein und der Zähler erfasst die Koinzidenz.
Bezüglich unserer Prämisse einen kostengünstigen Ansatz zu entwickeln um das Phänomen der Quantenverschränkung in der Schule experimentell nachvollziehen zu können, entschlossen wir uns die nötige Elektronik auf einer Platine zu vereinen. Dies bietet sich nicht nur aufgrund einer Kostenersparnis an, sondern auch weil die Durchführung des Versuch praktikabler und sicherer gestaltet werden kann.
Eine der Schwierigkeiten dabei war die Hochspannung mit wenigen Bauteilen auf der Platine zu erzeugen. Dieses Problem lösten wir mit einem „Flyback-Generator“, bei welchem der Strom durch eine Spule periodisch ein- und ausgeschaltet wird und nach jedem Ausschaltvorgang eine Hochspannung an der Diode induziert wird. Ein Transistor dient als Schalter und schützt den restlichen Schaltkreis und mithilfe von Kondensatoren wir die Hochspannung stabilisiert. Elektromagentische Wellen, die die Spule aussendet werden an dieser mit Schirmung unterdrückt und mit einer Massefüllung der Platine ein stabiles Nullpotential gewährleistet. Sowohl die periodische Schaltung der Wandler als auch Detektion der Impulse nach Ionisation der Zählrohre erfolgen digital mithilfe eines Mikrocontrollers, einem Arduino Nano, der PWM-Signale erzeugen kann und die analogen Signale an der Kathode der Geigerzähler ausliest. Die Messdaten werden per USB übertragen und durch eine dafür entwickelte Software angezeigt. Es wird zudem automatisch ein Messprotokoll mit Zeitstempeln erstellt, mit welchem Rükschlüsse auf Störungen möglich sind.

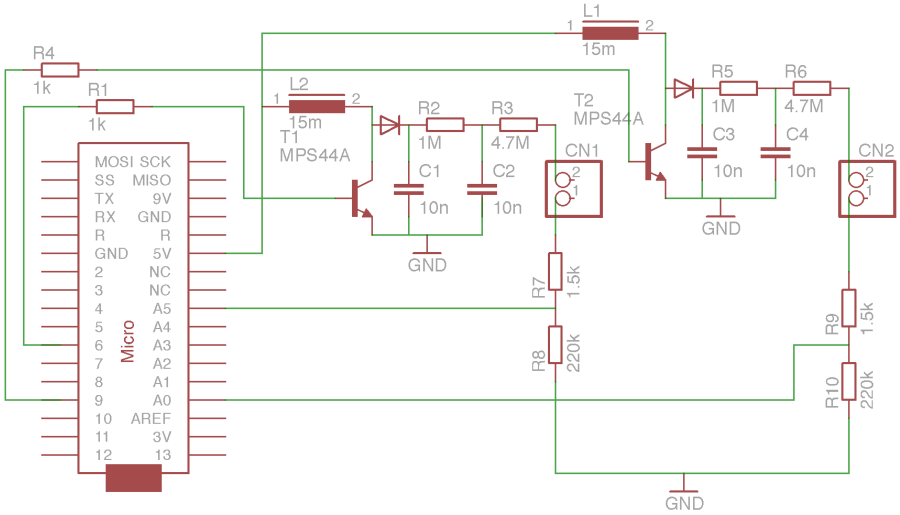
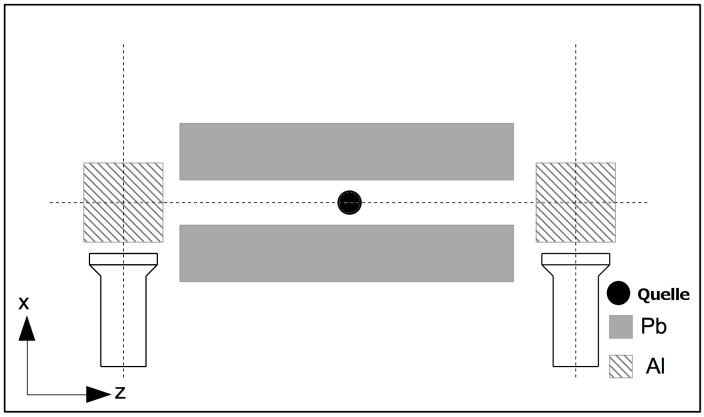


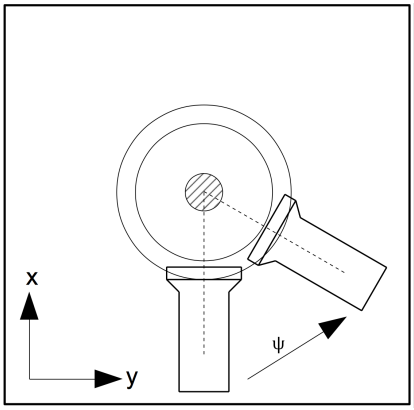
Abb. 5: Koinzidenzschaltung mit Mikrocontroller

4.3 Aufbau und Fehlerminimierung

Als Streumaterial für die Compton-Streuung wählten wir Aluminium. Die Maße des Streukörpers sollten nicht zu klein gewählt werden, damit die Wahrscheinlichkeit einer Streuung an freien Elektronen nicht zu gering wird. Jedoch auch nicht zu groß, um die Wahrscheinlichkeit einer mehrfachen Streuung zu vermindern. Die Häufigkeit des Compton-Effekts, der bei unserem Streukörper auftritt, haben wir gemessen bevor wir mit zwei Zählrohren Versuche zu Koinzidenz durchgeführt haben. Bei diesem Versuch haben wir einen Aluminium-Quader mit einer Kantenlänge von 4 cm verwendet und das Zählrohr auf einen Streuwinkel von 90° eingestellt. Im zweiten Schritt wurde der Quader entfernt und erneut gemessen. Hierbei erhielten wir 15% weniger Impulse, was belegt, dass Compton-Streung auftritt.



(a) Skizze der Messapparatur von oben

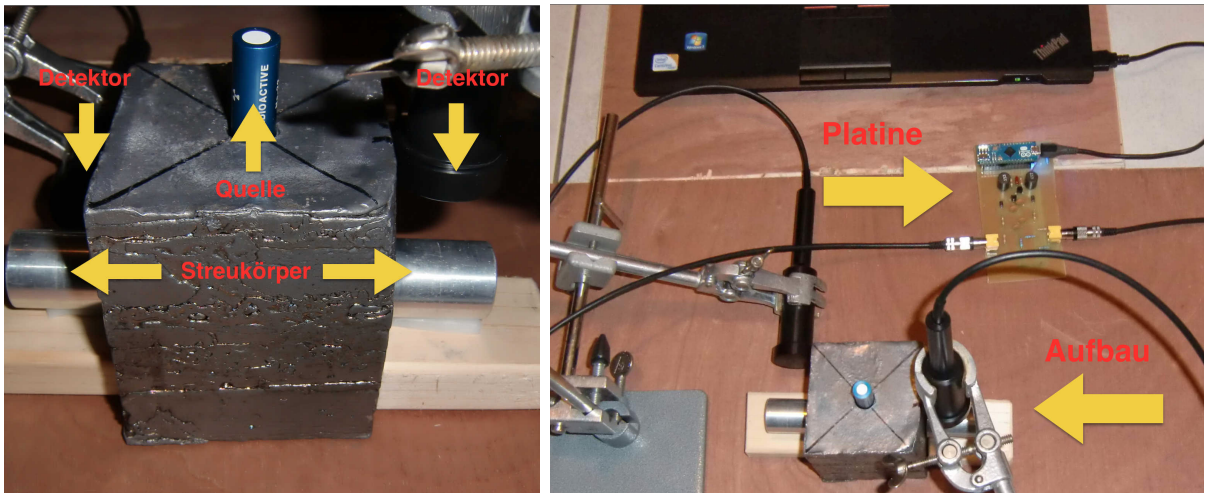


(b) Seitenansicht: Detektorbewegung

Abb. 6: Skizzen der Messapparatur

Dennoch erkannten wir bei diesem Versuch, dass wir zur Umsetzung des Experiments weitere Überlegungen machen mussten um Gammastrahlung, die nicht gestreut wird und in den Detektor gelangen könnte, abzuschirmen. Die Messergebnisse würden sonst verfälscht, weil auch diese Strahlung Koinzidenzen erzeugen kann. Zwischen der Quelle und den Zählrohren haben wir deshalb Bleiblöcke positioniert, die diese Strahlung und die Umgebung abschirmen. Weitere Bleiblöcke kommen hinzu, wenn der Winkel zwischen den beiden Zählrohren geändert wird. Bei

unseren Untersuchungen zur Compton-Streuung war uns aufgefallen, dass wir für Winkel die nicht gleich 90° oder 0° waren, die Messparameter nicht mehr korrekt waren. Dies lag daran, dass wir einen quadratischen Streukörper gewählt hatten, bei dem die γ-Quanten bei einem Winkel ungleich 0 oder 90 Grad einen weiteren Weg durch das Aluminium zurücklegen mussten und somit die Wahrscheinlichkeit einer mehrfachen Streuung erhöht war. Deswegen entschieden wir uns einen Zylinder als Streukörper zu verwenden, da sich der Weg der γ-Quanten durch das Material für verschiedene Winkel ψ zwischen Streuachse und Zählrohr nicht ändert.



(a) Aufbau (b) Auswertung

Abb. 7: Aufbau der Messung

Weiterhin haben wir auf Einflüsse durch andere elektrische Geräte, wie Leuchtstoffröhren oder Geräten die ebenfalls im Messraum waren geachtet und diese beseitigt. Wir stellten fest, dass ein OHP beim Einschaltvorgang Phantomzählungen erzeugt, weshalb dieser während unseren Messungen deaktiviert wurde.

4.4 Messergebnisse

Im Folgenden sind unsere Messergebnisse aufgeführt. Für diese haben wir die vorher genannten mechanischen und elektronischen Vorbetrachtungen durchgeführt. Die Messungen wurden mit der in der Schule verfügbaren Natrium 22 Quelle, mit einer Aktivität von 74 kBq durchgeführt. Um verlässliche Messergebnisse zu erhalten, ist bei dieser niedrigen Aktivität eine lange Messzeit notwendig. Wegen der Halbwertszeit von ungefähr 2,6 Jahren, wurde zudem ein neues Präparat verwendet. Ein zusätzlich belastender Faktor ist die zuvor beschriebene Sensitivität. Selbst die besten heute eingesetzten PET-Geräte erreichen im Kilobecquerelbereich nur eine Ausbeute von 1% aller Annihilationen [13]. Dieser Faktor führte dazu, dass wir nur wenige Koinzidenzen pro Stunde detektierten und um eine ausreichende Anzahl an Werten zu bekommen, Messungen von 12-24 Stunden durchführten. Umgerechnet wird diese Anzahl N an Impulsen, die abhängig vom Winkel zwischen den Detektoren ist, dann noch in Impulse pro Stunde per Division durch die Messzeit t(h):

$$I_{\psi_B} = \frac{N}{t}$$

Hierbei ist B der Background, also alle Störeinflüsse wie Hintergrundstrahlung, die noch nicht eliminiert wurden. Ihn konnten wir durch separate Hintergrundmessungen herausstellen. Diese Hintergrundstrahlung wird abgezogen von der ursprünglichen Anzahl N an Impulsen und führt zu einer korrigierten Intensität pro Stunde:

$$I_\phi = I_{\psi_B} - I_B$$

Wir haben in der Tabelle die durchschnittlichen Werte von mehreren Messungen eingetragen, und nach Abzug der Hintergrundstrahlung konnten wir die in der Theorie vorhergesagte relative Intensität überprüfen:

$$I_{Rel_\psi} = \frac{I_\psi}{I_{0^\circ}}$$

Winkel ψ	I_{ψ_B} $[^I/h]$	$I_\psi[^I/h]$	I_{Rel_ψ}
Hintergrund(I_B)	2,08	—	—
0°	4,44	2,36	1
30°	5,36	3,28	1,39
45°	6,55	4,47	1,89
90°	8,17	6,09	2,58
135°	6,07	3,99	1,69

Tab. 1: Messergebnisse

Die theoretischen Erwartungen für die Intensitäten wurden zuvor erläutert. Die Formeln für das quantenmechanische Modell sagten folgende Verteilung voraus:

$$I(\psi) = 2a^2 + 2ab + b^2 sin^2(\psi)$$

Die Verborgene-Variablen-Theorie macht folgende Vorhersagen:

$$I(\psi) = a^2 + \frac{b^2}{8} + ab + \frac{b^2}{4} sin^2\left(\psi\right)$$

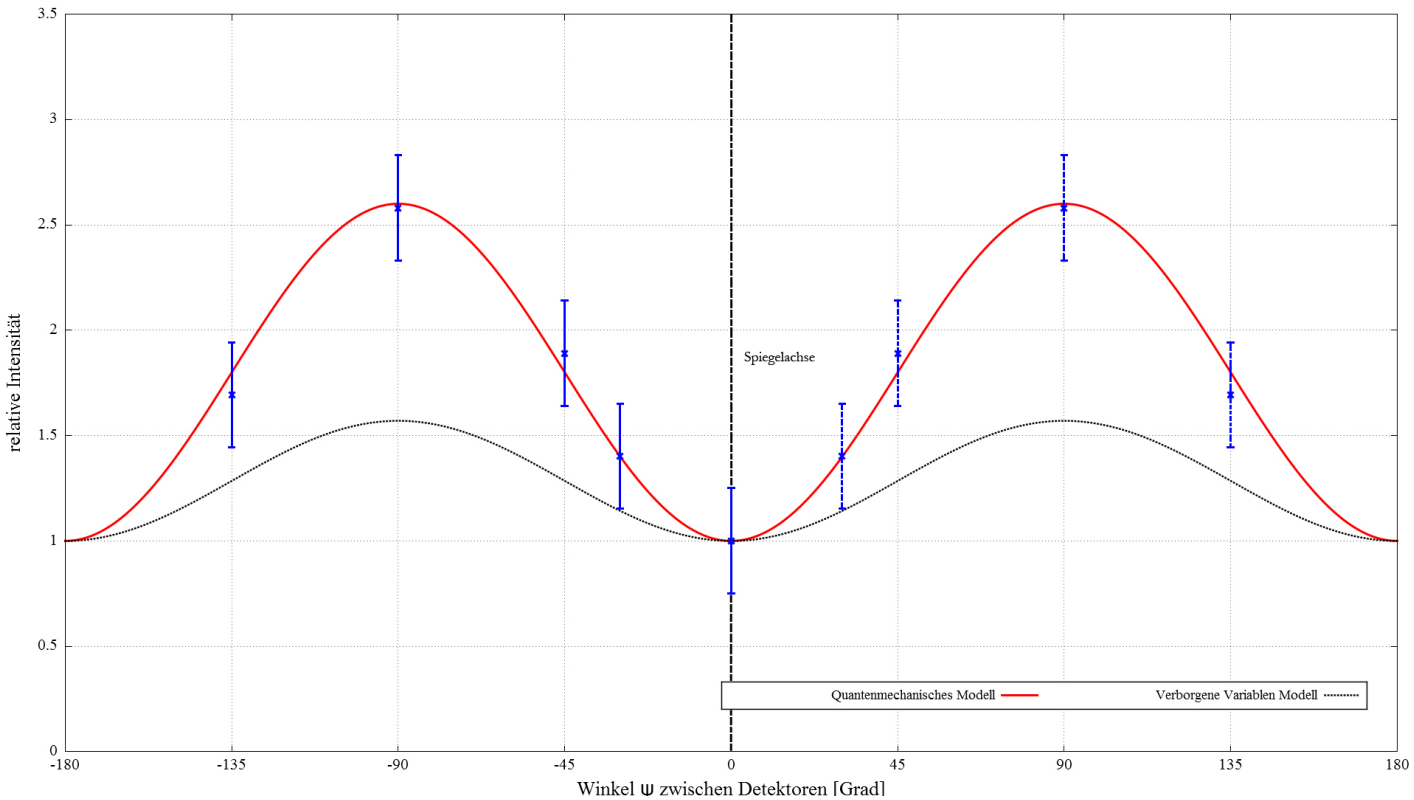
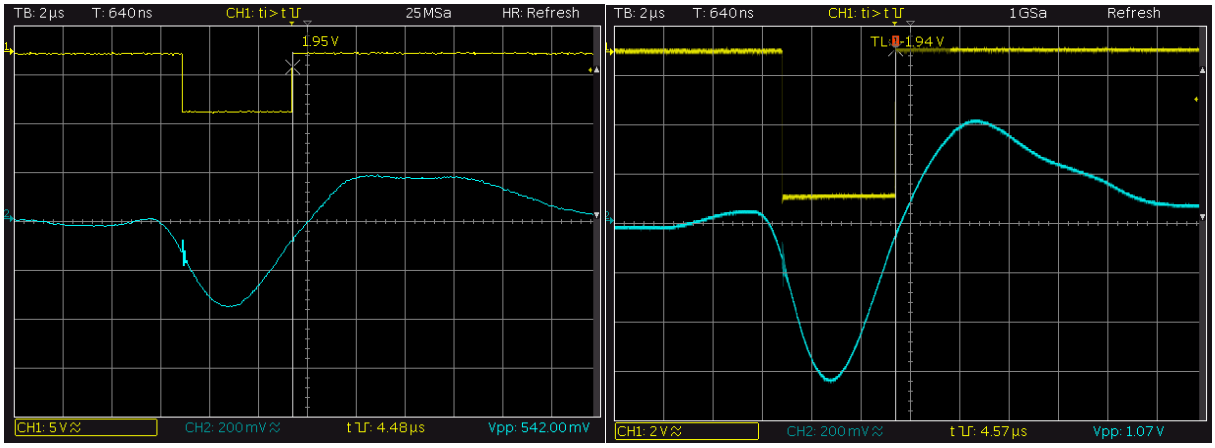


Abb. 8: Die Messergebnisse koinzident gemessener Gammaquanten

Die Grafik (Abb. 8) zeigt die Modelle und unsere Messergebnisse koinzident gemessener Gammaquanten von mit einem Winkel ψ von -180° bis 0°. Dabei wurde normiert und jeweils die relative Intensität zwischen den Raten aufgeführt, da diese entscheidend ist, um die Theorie zu überprüfen. Zur Vollständigkeit wurde auch der Bereich von 0° bis 180° angegeben, wobei die Ergebnisse aus Symmetriegründen jedoch auf Messungen zwischen -180° und 0° basieren.
Um eine differenziertere Betrachtung der Ergebnisse durchführen zu können, sollten auch die Fehler beachtet werden. Zum einen muss dafür die statistische Schwankung der gemessenen Werte einbezogen werden. Hierzu führten wir mehrere Langzeitmessungen durch, auf deren Basis wir eine Standardabweichung von 9,8 % ermitteln konnten. Zum anderen kann die Ungenauigkeit der Parameter (Winkel) von Bedeutung sein. Wenn der Winkel ψ um 2° von der Vorgabe abweicht, entsteht bei einem Winkel $\psi = 90°$ ein theoretischer Fehler von 0,27 %. Die Ungenauigkeit des Winkels hat also keinen signifikanten Einfluss auf die Ergebnisse. In dem Diagramm erkennt man, dass auch im Rahmen der doppelten Standardabweichung die Messwerte eine gute Übereinstimmung mit dem quantenmechanischen Modell und eine klare Verletzung des Prinzips der Lokalität zeigen. Daher kann angenommen werden, dass die Verborgene-Variablen Hypothese Einsteins falsch ist und es für quantenmechanische Prozesse nicht-lokale Eigenschaften gibt.

4.5 Messung mit PIN-Dioden

Weiterhin erschien es uns sinnvoll den Versuch mit Messinstrumenten zu durchzuführen, die auf ein anderes Verfahren zur Gammastrahlungsdetektion aufbauen. So können beide Verfahren verglichen werden. In PIN-Dioden erzeugen Gammaquanten eine Veränderung des Widerstands. Da der Photoeffekt, auf dem die PIN-Diode aufbaut, jedoch sehr selten für Gamma-Quanten mit hoher Energie auftritt haben wir die PIN-Dioden mit Szintillationskristallen gekoppelt um die Effizienz zu verbessern. Da der vom Szintillationskristall emittierte Lichtstrom abhängig von der Energie des absorbierten Teilchens ist, ermöglicht dieses Messprinzip zudem eine energiedispersive Auflösung (s. Abb. 9).



(a) Teilchen mit weniger Energie (b) Teilchen mit mehr Energie

Abb. 9: Energiedispersive Auflösung (Logikausgang in gelb)

Dieser zusätzliche Messparameter ist sehr effektiv, da sich damit festellen lässt ob die Energie des detektierten Teilchens auch der von gesteuten γ-Quanten unserer Quelle entspricht. So lassen sich Zufallskoinzidenzen weitgehen eliminieren. Eine auf Energieauflösung ausgelegte Messschaltung haben wir bereits erfolgreich erstellt und getestet. Dies war jedoch schwierig, da die entstehenden Pulse an der Diode im niedrigen mV-Bereich liegen, weshalb sie in der Auswertung in mehreren Stufen verstärkt werden mussten(s. Abb. 10).

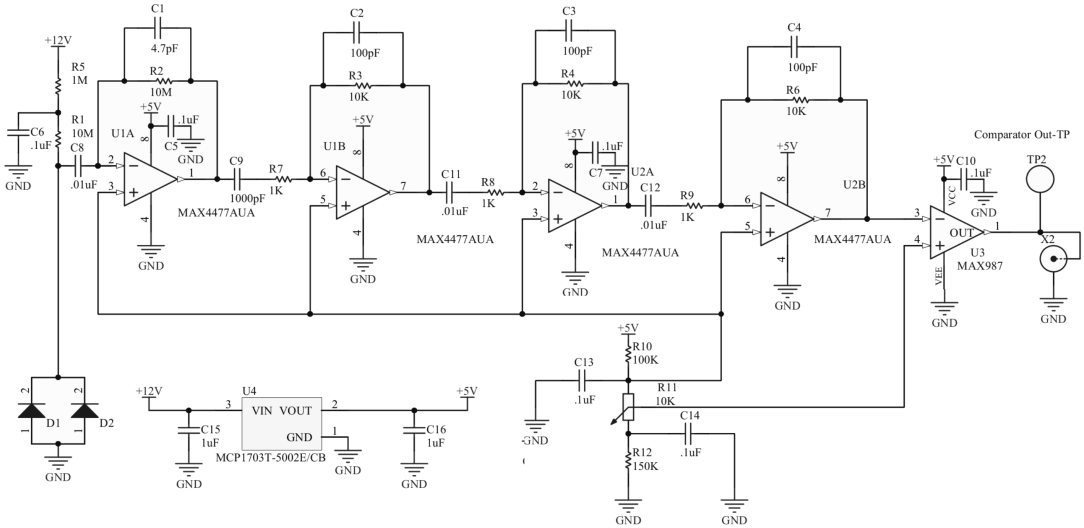


Abb. 10: Schaltung für PIN-Diode

5 Sicherheit

5.1 Zusätzliche Strahlenbelastung

Da wir mit radioaktiven Stoffen experimentierten, mussten wir ausschließen, dass die zusätzliche Strahlenbelastung durch unser Präparat nicht gesundheitsgefährdend war. Dazu führten wir folgende Messungen durch:

1. Messung der natürlichen Strahlenbelastung (Nulleffekt)
2. Messung der Strahlenbelastung in 50 cm Abstand zur Quelle
3. Messung der Strahlenbelastung in 30 cm Abstand zur Quelle

Messung	$\overline{\dot{H}}$ $[^{\mu Sv}/_h]$	$\overline{\dot{H}} - (N_o)$ $[^{\mu Sv}/_h]$	Zeit $[h]$	H (Äquivalentdosis)$[\mu Sv]$
Nulleffekt(N_o)	0,171	——	——	——
50 cm Abstand	0,253	0,082	4	0,382
30 cm Abstand	0,43	0,259	1	0,259

Tab. 2: Messergebnisse zur zusätzlichen Strahlenbelastung

Die Tabelle führt den Mittelwert für unsere durchgeführten Messungen auf, wobei von diesem noch der Nulleffekt, also der Hintergrund abgezogen wird. Die Messzeit mit dem jeweiligen Abstand muss dann mit der Differenz der Äquivalentdosisleistung $\dot{H}$ und des Hintergrunds multipliziert werden, um die Äquivalentdosis H zu bestimmen. Diese entspräche in einem Abstand von 50 cm zur Quelle nach 4 Stunden ca. 0,38 μSv und in einem Abstand von 30 cm nach einer Stunde ca. 0,26μSv. Somit betrüge die zusätzliche Strahlenbelastung im Laufe unserer Experimente selbst nach mehreren Stunden nur 0,64 μSv.
Da wir wesentlich weniger Zeit in der Nähe des Präparats verbrachten und zusätzlich unser Lehrer über die von uns durchgeführten Experimente gewacht und die radioaktive Quelle wurde nur zur Nutzung aus einem großen Bleibehälter entnommen hat, ist die Strahlenbelastung unbedenklich.
Tabelle 3 hilft uns den oben berechneten Wert in einen Bezug zu möglichen Alltagsstrahlenbelastungen zu setzen. Sie zeigt die zusätzliche Strahlenbelastung durch Höhenstrahlung während eines Flugs [16]. Wie man sieht, ist die Strahlenbelastung in unseren Experimenten vergleichsweise sehr gering.

Abflug	Ankunft	Strahlenbelastung $[\mu Sv]$
Frankfurt	Rom	3 - 6
Frankfurt	Johannesburg	18 - 30
Frankfurt	Singapur	28 - 50
Frankfurt	New York	32 - 75
Frankfurt	Tokio	45 - 110

Tab. 3: Strahlenbelastung bei Flügen [16]

6 Ausblick

Mit unserem neuen Aufbau mit PIN-Dioden haben wir nun ein Messinstrument, welches die Energie der detektierten Teilchen auflöst. Diesen erheblichen Vorteil wollen wir uns zunutze machen um Fehlkoinzidenzen zu eliminieren. Hierzu arbeiten wir bereits daran, wie man das wenige Mikrosekunden lange Signal verarbeiten kann.
Zusätzlich zu diesen elektronischen Modifikationen wollen wir unter Anderem unsere Messapparatur modifizieren, indem wir die Streukörperzuverlässigkeit verbessern. Dies ist durch das Verwenden von Reinstaluminium möglich, sodass man eventuelle Verunreinigungen ausschließen kann.
Im Verlauf des Projekts ist es gelungen einen Ansatz zu entwickeln, der von den Kosten weitaus günstiger ist als ein Versuchsaufbau mit Laser, wie er im Labor zum Nachweis der Quantenverschränkung durchgeführt wird. Während für diesen Material im Wert von ca. 6500 € gebraucht wird, ist unser Experiment mit 320 € für einen zweiten Geigerzähler und die Versuchplatine schon weitaus günstiger. Beim Einsatz von Dioden als Detektionsinstrument entsteht wiederum eine Ersparnis, da ein gesamter Aufbau mit zwei Dioden und Elektronik nur 200 € kostet.

7 Zusammenfassung

Unser Ziel ist es gewesen eine Alternative zu den heute praktizierten Verschränkungsexperimenten zu entwickeln, die kostengünstig ist und es somit Schulen ermöglicht dieses Phänomen der Quantenphysik in den Unterricht zu integrieren. Nachdem wir eine Quelle gefunden hatten, mit der wir verschränkte Quanten erzeugen konnten, entwickelten wir eine Apparatur um die Polarisationskorrelation, also die verschränkte Eigenschaft, nachzuweisen. Dabei musste zwischen der von Einstein aufgestellten Hypothese von verborgenen Variablen und der quantenmechanischen Deutung differenziert werden. Darauf basierend, gingen wir von zwei Modellen von Wahrscheinlichkeitsaussagen aus und verglichen deren theoretische Voraussagen mit unseren gemessenen Werten. Die experimentellen Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung mit dem quantenmechanischen Modell und verletzten deutlich das Prinzip der Lokalität für quantenmechanische Prozesse und somit Einsteins Hypothese der verborgenen Variablen.

8 Danksagung

Im Rahmen unserer Arbeit hatten wir mit diversen Problemen zu tun, die aus den unterschiedlichsten Disziplinen stammten. Dabei unterstützte uns unser Lehrer Walter Stein, dem wir für seine Geduld und sein großes Engagement danken möchten und ohne den unsere Arbeit nicht realisierbar gewesen wäre. Des Weiteren danken wir Stefan Hück, der uns bei Problemen mit der Koinzidenzschaltung beratend zur Seite stand. Außerdem Herrn Prof. Dreiner, der uns bei der Betrachtung der quantenmechanischen Theorie mit seinen Erklärungen geholfen hat. Zuletzt danken wir auch der Hydro Aluminium Deutschland GmbH, die uns Reinstaluminium bereitstellte und der Firma Gildemeister, welche dieses Aluminium dann in die gewünschten Maße fräste.

9 Literaturverzeichnis

[1] A. Einstein, B. Podolski and N. Rosen, Phys. Rev. 47, 777 (1935), *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*

[2] J. S. Bell, Physics 1, 195 (1964), *On the Einstein Podolsky Rosen Paradox.*

[3] Richard P. Feynman, *The Feynman lectures on physics.*, *Band 3-Quantum Mechanics (1971)*

[4] O. Klein und Y. Nishina, Zeitschrift für Physik, Volume 52 (1929), Issue 11-12, *Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac.*

[5] C. S. Wu and I. Shaknov, Phys. Rev. 77, 1 (1950), *The Angular Correlation of Scattered Annihilation Radiation*

[6] Y. Nishina, Zeitschrift für Physik, Volume 52 (1929), Issue 11-12, *Die Polarisation der Comptonstreuung nach der Diracschen Theorie des Elektrons.*

[7] Alastair Rae, Cambridge University Press, Second Edition (2004), *Quantum Physics Illusion or Reality?*

[8] C. Louis Basham, Lowell S. Brown, Stephen D. Ellis and Sherwin T. Love, Phys. Rev., Volume 19, Issue 7 (1979), *Energy correlations in electron-positron annihilation in quantum chromodynamics: Asymptotically free perturbation theory*

[9] Conor Fitzpatrick and Iain McMichael, The University of Edinburgh (2006), *Quantum Physics: Illusion or Reality?*

[10] J. A. Wheeler, Ann. New York Acad. Sci. 48, 219 (1946), *Polyelectrons*

[11] M. H. L. Pryce and J. C. Ward, Nature 160, 435 (1947), *Angular correlation effects with annihilation radiation.*

[12] J. C. Ward, D. Phil. Thesis, Oxford University (1949), *Some Properties of Elementary Particles.*

[13] Wikipedia, Die freie Enzyklopädie, http://de.wikipedia.org/wiki/Positronen-Emissions-Tomographie (6. April 2014) *„Positronen-Emissions-Tomographie“*

[14] H. S. Snyder, S. Pasternack and J. Hornbostel , Phys. Rev., 73, 440 (1948), *Angular Correlation of Scattered Annihilation Radiation*

[15] S. Hess, Johann Wolfgang-Goethe Universität, Frankfurt (2009), *Compton - Polarimetrie mit ortsauflösenden Röntgendetektoren*

[16] Bundesamt für Strahlenschutz, *Höhenstrahlung und Fliegen*

[17] Timothy G. Turkington, http://tech.snmjournals.org/content/29/1/4/F1.large.jpg (17. April 2014), *Introduction to PET Instrumentation (Grafik)*

[18] Leifiphysik (Andrea Pauline Martin), http://www.leifiphysik.de/sites/default/files/medien/ (17. April 2014), *Natrium-22 Spektrum (Grafik)*