

# **Versuche zum Tunneleffekt**

**Jugend-forscht-Arbeit 1997 von Alexander Goth**

## **Inhaltsverzeichnis**

### **1 Einleitung**

### **2 Der Tunneleffekt**

#### 2.1 Tunnelexperimente mit elektromagnetischen Wellen

##### 2.1.1 Versuch 1: cm-Wellen

##### 2.1.2 Versuch 2: Hohlleiterwellen

### **3 Anhang**

### **4 Literaturverzeichnis**

## ***1 Einleitung***

Ich habe mich im Rahmen einer Praktischen Arbeit für die Schule mit quantenphysikalischen Experimenten beschäftigt. Aufgrund dieser Arbeit habe ich mich auch mit dem Tunneleffekt befasst. Meine Arbeit behandelt den Tunneleffekt anhand von Tunnelexperimenten mit elektromagnetischen Wellen. Nachdem ich mir zunächst den Tunneleffekt mittels eines Analog-Experiments veranschaulicht hatte, überreichte mir mein Betreuungslehrer W. STEIN einen Artikel der Wochenzeitschrift DIE ZEIT Nr. 30 vom 21. Juli 1995 von B. SCHUH, in der von G. NIMTZ die Rede war. Er sollte es angeblich geschafft haben, Signale (Mozarts 40. Symphonie) schneller als mit Lichtgeschwindigkeit  $c$  zu übermitteln.

Sehr neugierig geworden, wollte ich nun sofort experimentell überprüfen, ob dies möglich sein kann, da es ja nach A. EINSTEIN nicht erlaubt ist. Da in dem Artikel allerdings keinerlei Versuchsaufbauten beschrieben wurden, besorgte ich mir die Phys. Bl. 49 (1993) Nr. 12, die diese – wie ich aus dem Internet erfuhr – enthielten, von einer mir bekannten Physikstudentin aus Bonn. Ein wenig skeptisch gegenüber den Versuchsergebnissen von G. NIMTZ machte ich mich sofort daran, diesen Versuch nachzustellen.

## ***2 Der Tunneleffekt***

Nach den Gesetzen der klassischen Physik kann eine rollende Kugel einen Wall nur dann überwinden, wenn ihre anfängliche Bewegungsenergie größer ist als die aus der Höhe des Walls sich ergebende potentielle Energie. Ein quantenphysikalisches Teilchen (Mikroobjekt) kann jedoch einen Potentialwall mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit durchdringen, ohne die zu seiner Überwindung notwendige Energie zu besitzen. Bildlich gesprochen kann es wie durch einen "geheimen Tunnel" von seinem Ort auf der Innen- zu einem Ort auf der Außenseite des Potentialwalls wechseln. Dieses erstaunliche quantenphysikalische Phänomen, das mit dem klassischen Energiesatz nicht verträglich zu sein scheint, bezeichnet man daher als *Tunneleffekt*.

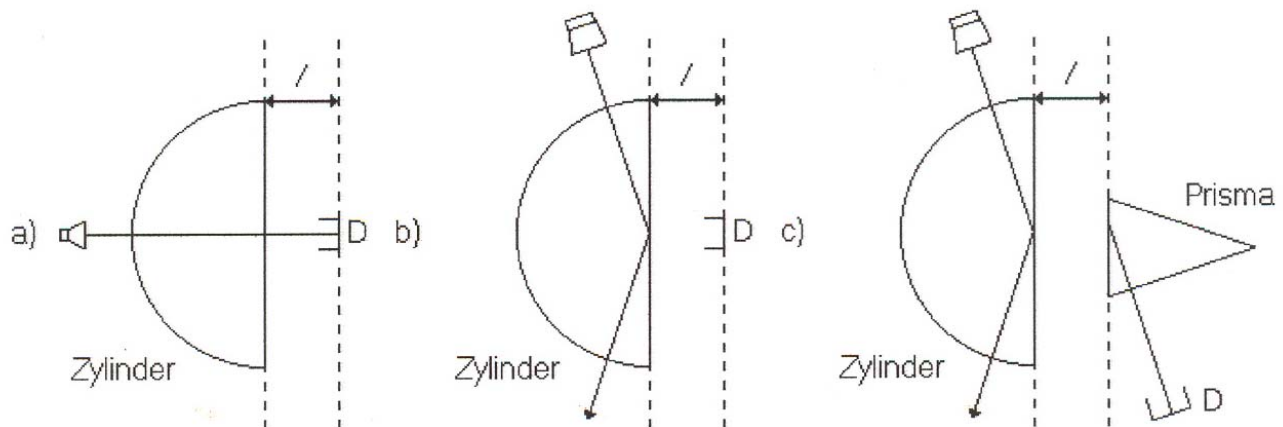
### ***2.1 Tunnelexperimente mit elektromagnetischen Wellen***

Den Tunneleffekt können wir mit Hilfe von Analog-Experimenten gut veranschaulichen, wenn wir die DE BROGLIE-Wellen durch klassische cm-Wellen analog ersetzen und den Potentialwall bei den cm-Wellen mit Hilfe von zwei durch eine Luftschicht voneinander getrennten Plexiglasblöcken simulieren. Treffen die

Wellenfronten unter einem ganz bestimmten Winkel auf die Trennfläche zwischen dem dichteren und dünneren Medium, dann können sie im Falle der *Totalreflexion* nicht in das angrenzende dünnere Medium übergehen. Sie bleiben gewissermaßen in das dichtere Medium "eingesperrt". Macht man den Abstand  $l$  der Plexiglasblöcke durch Zusammenschieben vergleichbar mit der jeweiligen Wellenlänge, dann kann die Welle nun auch im "verbotenen" dünneren Medium nachgewiesen werden. Sie hat den Potentialwall "durchtunnelt".

### 2.1.1 Versuch 1: cm-Wellen

Ich benutzte einen halbkreisförmigen Plexiglaszylinder zunächst ohne das Plexiglasprisma der *Abb.1 c*. Der Plexiglaszylinder war nach *Abb.1 a* so angeordnet, dass die ebene Trennfläche senkrecht von den cm-Wellen getroffen wurde. Die Intensität war so eingependelt, dass das Messinstrument am Empfangsdipol Vollausschlag anzeigte. Dann wurde der Plexiglaszylinder so lange gedreht bis der Ausschlag auf Null zurückging, was eine Folge der Totalreflexion ist (*Abb.1 b*). Ein Empfangsdipol, der *weiter als 5 cm* von der Trennfläche entfernt war, registrierte in der Luft nichts mehr. (Das entspricht genau dem Verhalten von Licht, das wir von der geometrischen Optik her erwarten.)



**Abb.1: Tunneleffekt bei Zentimeterwellen: Schematischer Aufbau von Versuch 1.**

Ich schob nun an den Plexiglaszylinder ein zweites dichtes Medium heran, nämlich das Plexiglasprisma der *Abb.1 c*. Dann fand ich bei D mit dem Empfangsdipol eine im Plexiglasprisma weiterlaufende cm-Welle. Die Intensität der im Plexiglaszylinder reflektierten cm-Welle nahm jetzt aber ganz deutlich ab (*Abb.2*). Eine genaue Messung zeigte beim Auftrag der Intensität als Funktion des Abstandes  $l$  auf halblogarithmischem Papier eine Gerade mit negativem Steigungsmaß, d.h. die Intensität nahm in Form einer e-Funktion ab (*Abb.3*).

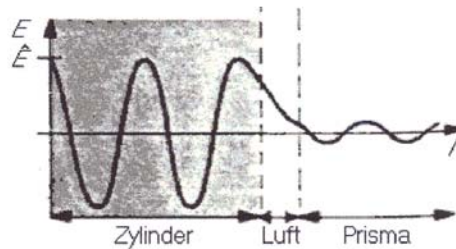


Abb.2: Tunneleffekt bei Zentimeterwellen: Feldstärke  $E$  in Abhängigkeit vom Abstand  $l$  des Detektors von der Trennfläche bei Versuch 1.

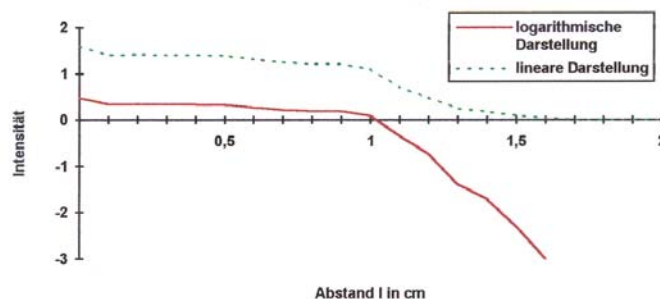


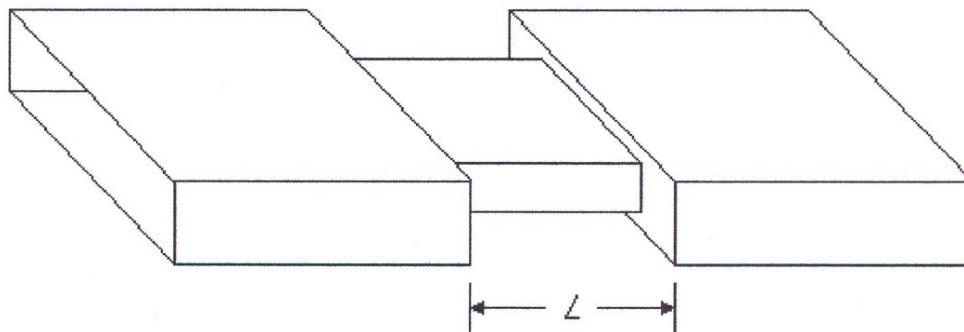
Abb.3: Tunneleffekt bei Zentimeterwellen: Intensität der cm-Welle in Abhängigkeit vom Abstand  $l$  der beiden Plexiglasblöcke bei Versuch 1.

Photonen können also eine nach der geometrischen Optik verbotene Luftstrecke durchlaufen. Dabei nimmt zwar die Intensität der cm-Welle, d.h. die Antreffwahrscheinlichkeit der Photonen, mit wachsender Dicke  $l$  der "verbotenen" Zone sehr rasch ab. Die Energie  $W = hf$  der einzelnen Quanten und damit auch die Frequenz  $f$  bleiben aber erhalten. Bei einer Frequenzänderung hätte der auf Resonanz abgestimmte Empfangsdipol nicht mehr ansprechen können.

Der Versuch mit dem Zentimeterwellensender zeigt, dass Quantenobjekte (hier Photonen) einen nach der klassischen Physik verbotenen Bereich *durchtunneln* können. Mit Licht ist der Versuch wegen der viel kleineren Wellenlänge weit schwieriger auszuführen.

*Diese klassischen Analog-Experimente dürfen uns jedoch nicht dazu verleiten, den quantenmechanischen Tunneleffekt als einen "klassischen" Effekt zu deuten. Der Tunneleffekt ist allgemein ein "Welleneffekt". Die "Welleneffekt" der Mikroobjekte ist jedoch gerade eine typisch quantenphysikalische Erscheinung.*

Nachdem ich diesen Versuch vollständig ausgewertet hatte, übergab mir mein Betreuungslehrer W. STEIN einen Artikel der Wochenzeitschrift DIE ZEIT Nr. 30 vom 21. Juli 1995. In diesem Artikel wurde berichtet, dass G. NIMTZ es mittels des Tunneleffekts geschafft haben soll, Signale (Mozarts 40. Symphonie) mit Überlichtgeschwindigkeit zu übertragen. Zunächst war ich sehr skeptisch demgegenüber, da es schließlich nach der Speziellen Relativitätslehre unmöglich ist, dass sich Signale schneller als das Licht ausbreiten. G. NIMTZ schickte Mikrowellen durch einen Wellenleiter. Dieser Wellenleiter bestand aus einem Zwischenstück und zwei an den Enden dieses Zwischenstücks angebrachten breiteren Hohlleitern (*Abb.4*).



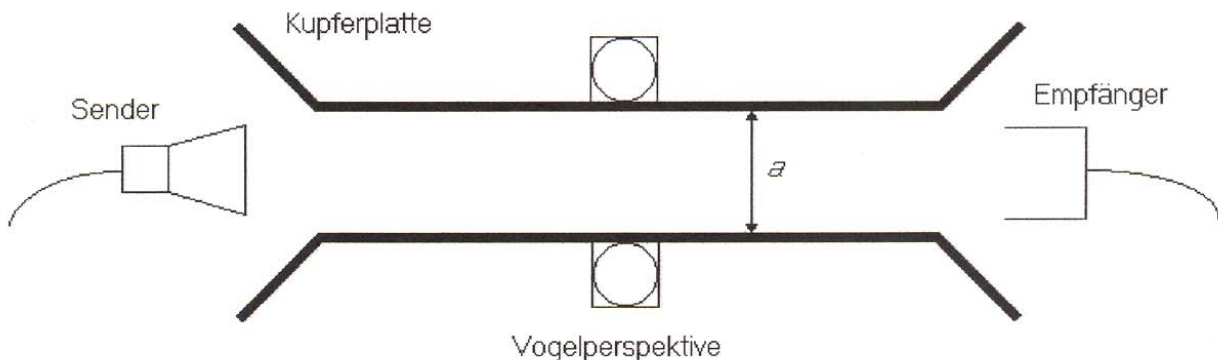
*Abb.4: Rechteckhohlleiter-Anordnung mit zentraler Tunnelstrecke.*

Die Wellenlänge  $\lambda_0$  der Mikrowellen wurde so gewählt, dass in den beiden größeren Hohlleitern eine wellenartige Ausbreitung möglich war, während im kleineren Zwischenstück nur eine evaneszente Mode existieren konnte - die Mikrowellen mussten tunneln. Die meisten schafften es aber nicht, einigen jedoch gelang es auf die andere Seite zum Verstärker zu kommen. Neugierig geworden durch diesen Artikel, besorgte ich mir die Phys. Bl. 49 (1993) Nr. 12, in denen der komplette Versuchsablauf geschildert wurde. In dieser Arbeit beschäftigt sich G. NIMTZ mit einem Experiment zur Bestimmung der Tunnelzeit, da immer noch allgemein anerkannte Berechnungen fehlen. Moderne Mikroelektronik und Hochfrequenztechnik haben es G. NIMTZ zum ersten Mal ermöglicht, die Tunnelzeit von elektromagnetischen Wellenpaketen zu bestimmen. Alle Messungen ergaben, dass ein Wellenpaket für das Durcheilen des Tunnelgebiets *keine Zeit benötigt*. Mit anderen Worten: Die Laufzeit der Mikrowellen durch den eingeschnürten Hohlleiter war unabhängig von der Länge  $L$  dieser Engstelle. Die gemessene Verzögerungszeit  $t_v = 130$  ps wird durch die diskontinuierlichen Übergänge der Wellenleiter am Ein- und Ausgang der Tunnelstrecke verursacht.

Für Tunnelstrecken mit  $L \geq 40$  mm führt das zu Gruppengeschwindigkeiten  $V_G$ , die die Lichtgeschwindigkeit  $c$  mehr und mehr überschreiten.

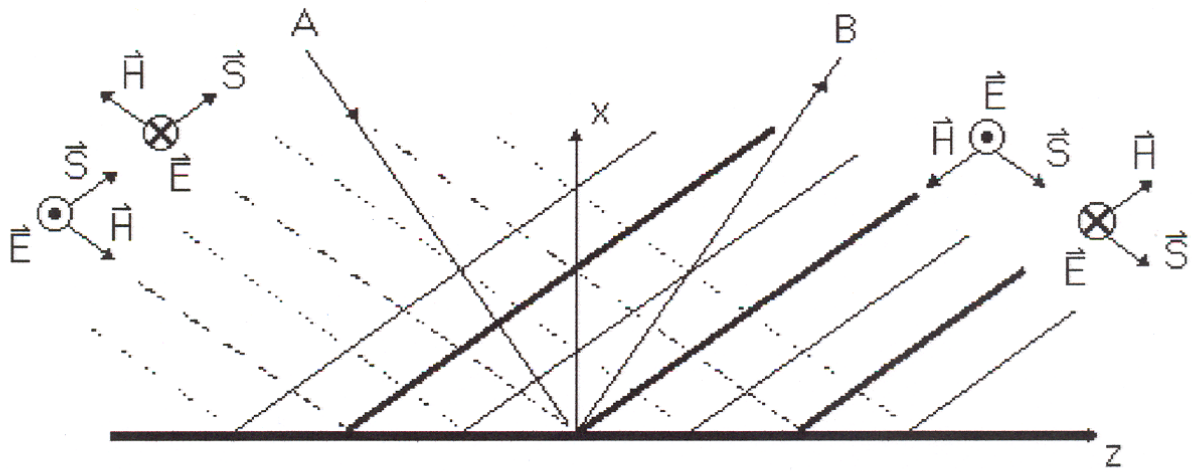
### 2.1.2 Versuch 2: Hohlleiterwellen

Um nun die Frage, ob dies überhaupt möglich sei, zu klären, machte ich einen Versuch mit einem behelfsmäßigen Plattenhohlleiter der Länge  $L = 40$  cm (Abb.1). Dazu stellte ich zwischen einen Zentimeterwellensender und -empfänger, zwei planparallele Kupferplatten mit veränderlichem Abstand  $a$ . Ich schickte nun Mikrowellen der Wellenlänge  $\lambda_0 = 3,2$  cm durch den Plattenhohlleiter. Ein Messgerät zeigte mir das Empfangssignal an. Verringerte ich nun den Abstand  $a$  der beiden Metallplatten, so stellte ich fest, dass ab einem bestimmten kritischen Abstand  $a_c$  die ausgesendete Mikrowelle den Plattenhohlleiter nicht mehr passierte. Lichtwellen dagegen wurden durchgelassen. Welche elektromagnetischen Wellen der Plattenhohlleiter durchlässt, hängt also wahrscheinlich von dem Verhältnis Wellenlänge – Abstand  $a$  ab.



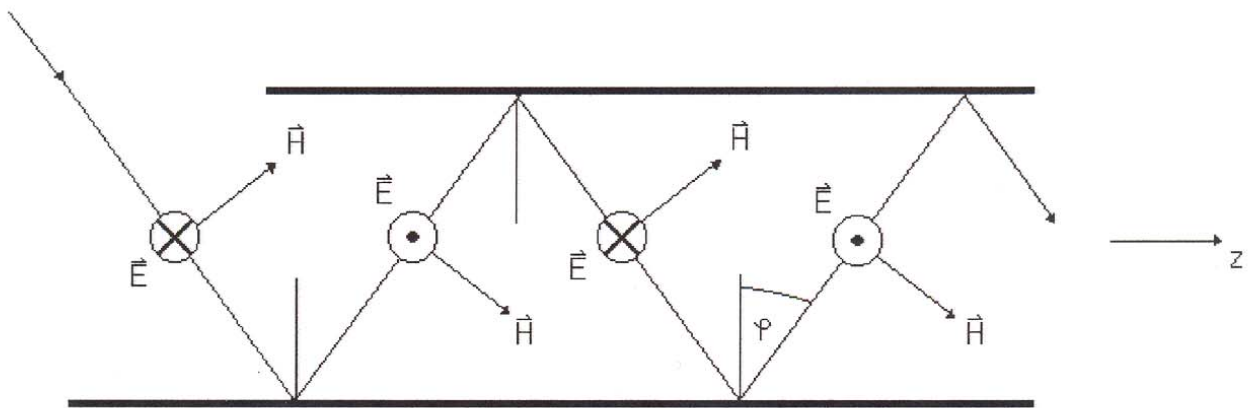
**Abb.1: Versuchsaufbau zur Untersuchung der Ausbreitungseigenschaften einer elektromagnetischen Welle in einem Plattenhohlleiter.**

Da es mir aufgrund der mir zur Verfügung stehenden Messgeräte unmöglich erschien, die Verzögerungszeit  $t_v$  der Mikrowellen zu bestimmen, versuchte ich zunächst die Entstehung der Hohlleiterwelle zu klären. Dazu veranschaulichte ich mir, was mit einer Mikrowelle passiert, die auf eine Metallplatte fällt (Abb.2). Dabei kommt es an einigen Stellen zur Überlagerung oder Auslöschung zwischen einfallender und reflektierter Welle.



**Abb.2:** Wellenfronten treffen von A kommend auf die Metallplatte auf und werden in Richtung B reflektiert.

Da im Versuchsaufbau aber zwei Metallplatten verwendet werden, sieht das ganze wie es in *Abb.3* dargestellt ist aus.



**Abb.3:** Ausbreitung der Hohlleiterwelle in z-Richtung durch Zick-Zack-Reflexion.

Nun versuchte ich mit einer Betrachtung des Versuchsaufbaus geometrische Beziehungen aufzustellen. Daraus ergab sich nach *Abb.4* folgendes:

Nun versuchte ich mit einer Betrachtung des Versuchsaufbaus geometrische Beziehungen aufzustellen. Daraus ergab sich nach *Abb. 4* folgendes:

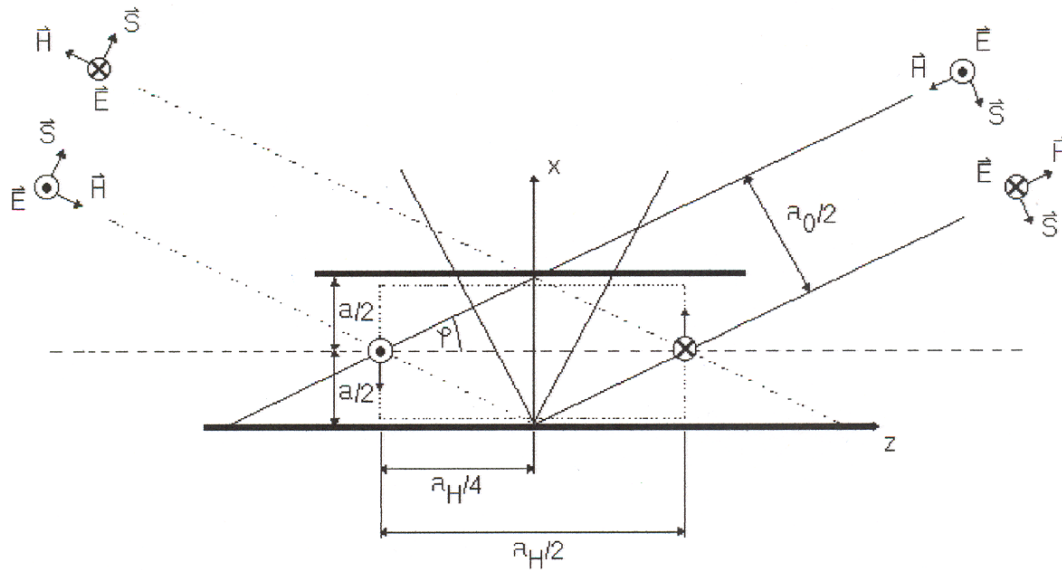


Abb.4: Entstehung der Hohlleiterwelle mit der Wellenlänge  $\lambda_H$  durch Überlagerung von einfallender und reflektierter Welle.

$$\cos \varphi = \frac{\lambda_0}{2a} \quad \text{und} \quad \cot \varphi = \frac{\lambda_H}{2a}$$

$$\sin \varphi = \frac{\cos \varphi}{\cot \varphi} = \frac{\lambda_0}{\lambda_H} \tag{1}$$

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2} \tag{2}$$

Setzt man (1) in (2) ergibt sich:

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_H} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2}$$

$$\lambda_H = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2}} \tag{3}$$

Aus der Wurzel der Gleichung (3) ergibt sich, dass die Wellenlänge  $\lambda_0$  und der Abstand  $a$  der beiden Metallplatten in einem entsprechenden Verhältnis stehen. Anhand der Wurzel erhält man als sinnvolles Wellenlängenintervall  $0 < \lambda_0 < 2a$ . Die Wellenlänge  $\lambda_0$  darf also nicht größer oder gleich dem Doppelten des

Abstands  $a$  sein, da sonst die Gleichung (3) nicht mehr lösbar ist. Mit der Gleichung (3) kann man aber etwas über die Hohlleiterwellenlänge  $\lambda_H$  in Abhängigkeit vom Abstand  $a$  der beiden Metallplatten vorhersagen (Abb.5).

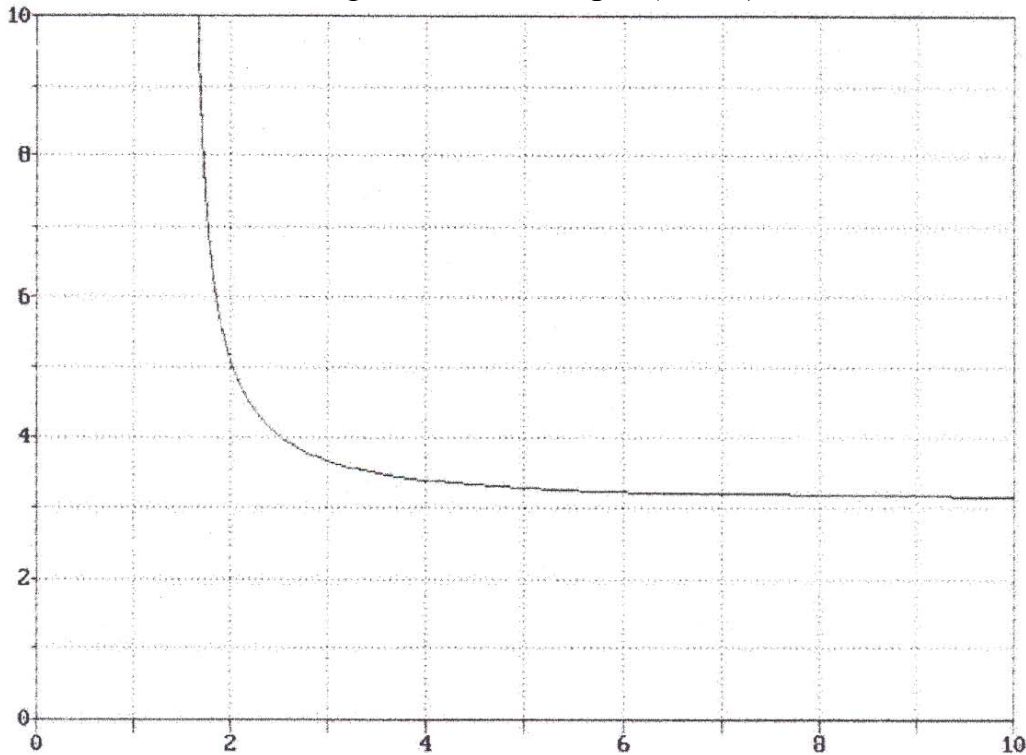


Abb.5: Hohlleiterwellenlänge  $\lambda_H$  in Abhängigkeit vom Abstand  $a$  der beiden Metallplatten.

Als Phasengeschwindigkeit  $V_P$  erhält man unter Verwendung von Gleichung (3):

$$V_P = v \cdot \lambda_H = \frac{v \cdot \lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2}} = \frac{c}{\sin \varphi}$$

Diese Gleichung ermöglichte es mir, Aussagen über die Phasengeschwindigkeit  $V_P$  zu machen, ohne die Verzögerungszeit  $t_v$  messen zu müssen. Nach dieser Gleichung ist die Phasengeschwindigkeit  $V_P$  der Hohlleiterwelle größer als die Lichtgeschwindigkeit  $c$ , weil der  $\sin \varphi \leq 1$  ist. Dies ist jedoch kein Verstoß gegen die Relativitätslehre, da wir wissen, dass die Geschwindigkeit mit der Signale wie z.B. Musik übertragen werden können, nicht die Phasengeschwindigkeit  $V_P$  ist, sondern die Gruppengeschwindigkeit  $V_G$ . Für die Gruppengeschwindigkeit  $V_G$  erhält man nach eingehender Betrachtung von Abb. 6:

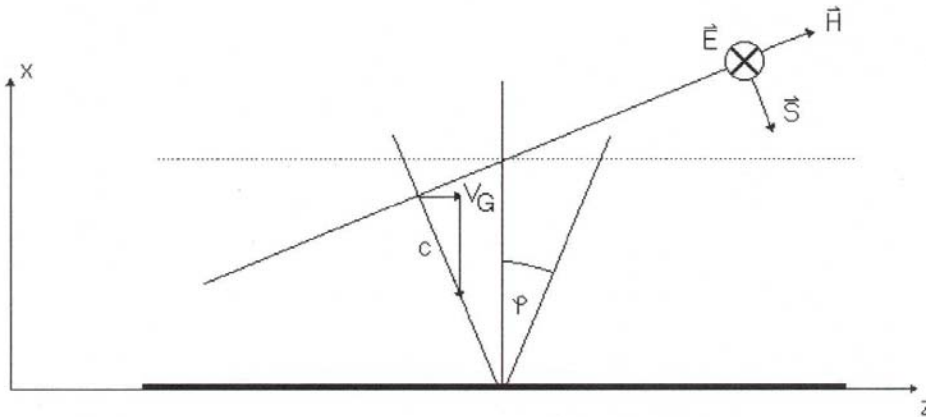


Abb.6: Gruppengeschwindigkeit  $V_G$  im Plattenhohlleiter.

$$V_G = c \cdot \sin \varphi = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2 \cdot a}\right)^2} \quad (4)$$

Auch hier ermöglichte es mir eine geometrische Betrachtung, Aussagen über die Gruppengeschwindigkeit  $V_G$  machen zu können. Da der  $\sin \varphi \leq 1$  ist, ist die Gruppengeschwindigkeit  $V_G$  nie größer als die Lichtgeschwindigkeit  $c$ . Nach der klassischen Physik ist also eine Gruppengeschwindigkeit  $V_G$  der Hohlleiterwelle größer der Lichtgeschwindigkeit  $c$  nicht möglich. Die Gleichung (4) gilt aber ebenfalls nur für das bestimmte Wellenlängenintervall  $0 < \lambda_0 < 2a$ . Dies bedeutet, dass wir mit den Gleichungen der klassischen Physik keine Aussagen für Wellenlängen  $\lambda_0$  größer oder gleich dem Doppelten des Abstand  $a$  machen können. Mit der Gleichung (4) kann daher auch keine Aussage über "tunnelnde" Wellen gemacht werden, da "tunnelnde" Wellen ja erst auftreten wenn die Wellenlänge  $\lambda_0$  größer oder gleich dem Doppelten des Abstands  $a$ , sprich: "zu breit", ist. Die Wurzel wird nämlich für diese Werte negativ und damit nicht mehr lösbar, denn es gibt bis jetzt keine bekannte Zahl, die quadriert einen negativen Wert ergibt. Um aber mit derartigen Wurzeln rechnen zu können, führte man eine neue Einheit ein. Man setzt für den Wert  $\sqrt{-1}$  den Wert  $i$ . Damit wird nun:

$$V_G = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2} = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{3,2}{1,431}\right)^2} = c \cdot \sqrt{-4} = c \cdot \sqrt{4 \cdot (-1)} = c \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2c \cdot i$$

Um die Übersicht der Gruppengeschwindigkeiten  $V_G$  im klassisch erlaubten Bereich und klassisch verbotenen Bereich zu behalten, trug ich die Werte für die Gruppengeschwindigkeit  $V_G$  im klassisch erlaubten Bereich und die Werte der Gruppengeschwindigkeit  $V_G$  im klassisch verbotenen Bereich, indem ich den Wert  $i$  der imaginären Zahl wegfallen ließ, in ein Koordinatensystem ein (Abb. 7).

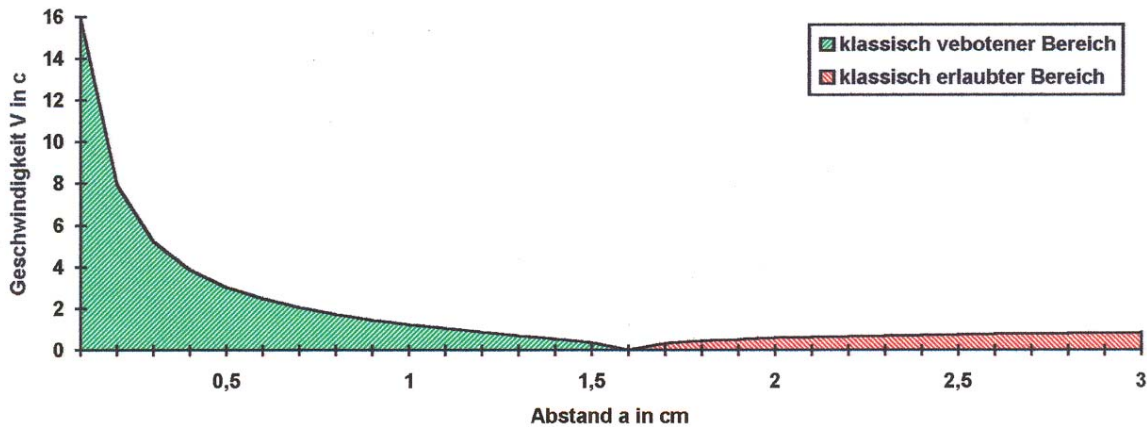


Abb.7: Gruppengeschwindigkeit  $V_G$  in Abhängigkeit vom Abstand  $a$  der beiden Metallplatten.

Um nun die Überlichtgeschwindigkeit nachzuweisen, berechnete ich zunächst den Wert für den Abstand  $a$  für den die Vorzahl der imaginären Zahl 1 ist. Dafür muss der Wert in der Wurzel -1 ergeben.

$$2 = \left( \frac{\lambda_0}{2a} \right)^2$$

$$2 = \left( \frac{3,2cm}{2a} \right)^2$$

$$2 = \frac{10,24cm^2}{4a^2}$$

$$8a^2 = 10,24cm^2$$

$$a^2 = 1,28cm^2$$

$$a = 1,1314cm$$

Da es mir trotz größter Bemühungen nicht gelungen ist, "tunnelnde" Mikrowellen, geschweige denn Mikrowellen bei einem Abstand  $a$  der beiden Metallplatten von weniger als 1,1314 cm am anderen Ende des Plattenhohlleiters mit dem Zentimeterwellenempfänger nachzuweisen, sah ich meine anfängliche Skepsis, selbst unter Berücksichtigung meiner Messmöglichkeiten, mehr als begründet.

### 3 Anhang

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der Tunneleffekt viele neue Möglichkeiten eröffnet hat, wie z.B. das Vordringen des Menschen in den subatomaren Bereich mit mikroskopischen Verfahren (Rastertunnelmikroskop).

Sollte es G. NIMTZ trotz meiner Bedenken aufgrund meiner praktischen Versuchsergebnisse gelungen sein, Gruppengeschwindigkeiten  $V_G$  größer  $c$  zu erzeugen, so wären Gedanken an eine Signalübermittlung allerdings sehr verlockend und machten Kommunikationen noch nicht überschaubaren Ausmaßes möglich.

### 4 Literaturverzeichnis

[1]	Bethge, Klaus	1995 <sup>3</sup>	Schülerduden Die Physik	Bibliographisches Institut & F. A. Broclhaus AG
[2]	Grehn, Joachim	1989 <sup>2</sup>	Metzler Physik	I. B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung und Carl Ernst Poeschel Verlag GmbH
[3]	Kuhn, Wilfried	1978	Physik Band III E Quantenphysik	Georg Westermann
[4]	Nimtz, Günter	1993	Instantanes Tunneln Phys. Bl. 49 (1993) Nr. 12	
[5]	Schuh, Bernd	1995	DIE ZEIT Nr.30	
[6]	Wichmann, Eyvind H.	1985 <sup>2</sup>	Berkeley Physik Kurs 4 Quantenphysik	Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH